

PRINCIPIUL LUI D'ALEMBERT, TEMĂ DE DEZBATERE ȘTIINȚIFICĂ ÎN MEDIILE UNIVERSITARE ȘI ACADEMIC ROMÂNEȘTI ÎN PRIMA JUMĂTATE A SECOLULUI AL XX-LEA

Mihai ALEXANDRESCU¹, Ștefan-Florin BĂLAN²
andreiknes@yahoo.com; stefanbalan@hotmail.com

ABSTRACT: The paper aims to present the first scientific events organized by the Romanian Academy that marked the academic interests in our country to explain the Principle of d'Alembert. The protagonists of this approach (D. Pompei (years 1914–1943) and Șt. Hepites in 1914) were related to the presentation of d'Alembert's basic ideas expressed in his „Traité de Dynamique” published in 1743 in which the author does not explicitly formulate the famous principle that would bear his name and did not use the notion of „force of inertia”. In these circumstances the explanation of the Principles of d'Alembert bearing a strong didactical character has not engaged a debate of ideas, as only target was the primary form of d'Alembert's contribution to the reformulation of the fundamental law of classical mechanics that Newton had formulated a century before.

Through its Mathematics Section, Academy of Sciences organized a symposium on December 15th 1945 in the Mechanics Laboratory of the University of Bucharest. Two communications were presented „Forces of inertia in the light of the principles of dynamics” and „The phenomenon of inertia”, first by D. Germani, and the second by C. Budeanu. V. Vâlcovici, at the end, as the initiator, organizer and host of the event was pleased to declare an identity of views of the two outstanding relevant previous speakers, expressed in different ways, and richly illustrated through

¹ Prof. dr. Ing. (Universitatea Tehnică de Construcții București)

² Dr. ing., (Institutul Național de C-D pentru Fizica Pământului); membru al Diviziei de Istoria Tehnicii a CRIFST al Academiei Române

examples from various technical fields, interpreted competently and with power of persuasion.

The paper presents in detail all these scientific approaches in theoretical mechanics, in the early twentieth century.

KEYWORDS: effective force, d'Alembert incident, complementary force incident, lost force, force of difference.

Premisele istorice ale fenomenului d'Alembert

Fondatorul mecanicii clasice moderne, *Isaac Newton* (1643–1727) care a pus bazele acestei științe în opera sa fundamentală „*Phylosophiae naturalis principia mathematica*”, tipărită în anul 1687 afirmă că la elaborarea lucrării sale s-a bazat pe realizările ilustrațiilor săi înaintași printre care se remarcă *Galileo Galilei* (1554–1642). Traducerea în limba română a capodoperei newtoniene a fost realizată la un remarcabil nivel lingvistic de către prof. Victor Marian (1896–1971).

Menționăm în treacăt că jocul hazardului a făcut ca zorii vieții lui Newton să coincidă practic cu amurgul vieții lui Galilei, marcând astfel o transmitere temporală a ștafetei între cele două personalități titanice care au marcat prin continuitate două etape decisive în evoluția concepțiilor umanității despre legile universului material.

Ca oricare altă realizare omenească, opera fundamentală a lui Newton a fost completată și dezvoltată prin contribuția unei pleiade de savanți, printre care și *Jean Lerond d'Alembert* (1717–1783) la care vom face referire în expunerea care urmează.

În acest context este potrivit să relevăm că în conformitate cu opiniile unor savanți printre care și *Ioan Plăcintețanu*, (1893–1960), mecanica clasică, newtoniană denumită și rațională se poate diviza în special pe considerente didactice în două secțiuni: *mecanica vectorială și mecanica analitică*. Bazele acestora din urmă au fost puse de *J. Lagrange* (1773–1818) în opera sa intitulată „*Mécanique analytique*”, publicată în anul 1811.

Din punctul de vedere urmărit în expunerea de față, vor fi detaliate două aspecte legate de *Principiul lui d'Alembert*:

a) prezentarea pe scurt a modului în care este descris principiul de către însuși autorul său în lucrarea „*Traité de dynamique*” publicată în anul 1743 (conform D. Pompeiu și Șt. Hepites).

b) formularea modernă a principiului prin introducerea noțiunii

de *forță de inerție* subliniind atât capacitatea de reflectare a universului material într-o manieră elegantă, cât și necesitatea explicării semnificației forțelor de inerție prin angajarea celor 3 principii fundamentale ale mecanicii clasice privity ca sistem logic și coerent.

Comunitatea universitară și academică românească s-au manifestat în ambele aspecte menționate, așa cum rezultă din documentele pe care le vom prezenta în cele ce urmează.

Primele referiri la principiul lui d'Alembert (1914)

Era începutul primăverii anului 1914. Cu puțin timp înainte se împliniseră 170 de ani de la apariția lucrării „*Traité de Dynamique*” (1743) în care d'Alembert pusese bazele faimosului principiu care îi poartă numele. D. Pompeiu (1873–1954) susține în ședința Secției Științifice a Academiei Române din 20 martie 1914 comunicarea „*Sur le principe de d'Alembert*” (Foto. nr. 1) de care am luat cunoștință prin NOTA publicată în Bulletin de la Section Scientifique de l'Académie Roumaine, nr. 9 la 15 aprilie 1914, de Șt. Hepites (1851–1922). În NOTA respectivă autorul prezintă modul

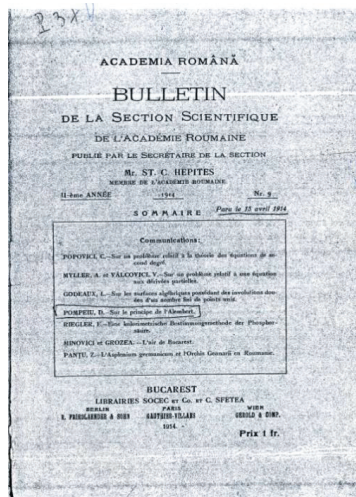


Foto nr. 1 – Pagina de titlu a Buletinului Secției Științifice a Academiei Române, nr. 9 din 15 aprilie 1914 (fotocopie).

în care obișnuia să expună în cursurile sale principiul lui d'Alembert sub forma originală a acestuia arătând că: „forma (*datorată după cât se pare lui*

Euler) sub care este prezentat de regulă acest principiu în cursurile și în cărțile clasice diferă în mod semnificativ de enunțul formulat de d'Alembert". În al său „Tratat de dinamică”, d'Alembert nu introduce noțiunea de forță de inerție, ci insistă asupra faptului că, urmare a mișcării efective a punctului material, forțele date se descompun în câte două componente, și anume o *forță efectivă* și o *forță pierdută*.

În continuare, Șt. Hepites prezintă în 5 paragrafe metoda pe care o expune în cursurile sale pentru a explica principiul lui d'Alembert în conformitate cu enunțul expus în „Tratatul de Dinamică”.

În cele ce urmează vom rezuma cele 5 paragrafe însoțite de unele comentarii, marcate cu *NB1-NB10*:

1. Partea cinematică a problemei;
2. Partea mecanică a problemei;
3. Principiul propriu-zis descriind modul în care d'Alembert face să intervină statica în soluționarea problemelor de dinamica punctului material (pe baza legii fundamentale n.n.).

Ștefan Hepites subliniază că *raționamentul pe care îl prezintă d'Alembert pentru a-și justifica principiul este insuficient*, astfel încât se reține numai regula conform căreia se face descompunerea fiecărei forțe date (F_k) în 2 componente, (F'_k) și (F''_k):

$$(F_k) = (F'_k) + (F''_k) \quad (k=1,2,3,\dots,n)$$

unde (F'_k) sunt componente cărora le corespund accelerațiile compatibile cu legăturile sistemului mecanic denumite *forțe efective*, iar (F''_k) sunt forțele care mențin sistemul în echilibru, denumite *forțe pierdute*.

1. Citându-l pe *L.B. Francoeur* care în al său „*Traité élémentaire de Mécanique*” (1807) afirmă că „*principiul lui d'Alembert nu este suficient pentru a determina mișcarea, dacă este redus la aspectul său static*”, Ștefan Hepites menționează în mod explicit: „Se afirmă de obicei că principiul lui d'Alembert reduce punerea în ecuație a oricărei probleme de dinamică la rezolvarea unei probleme de statică. În realitate *principiul lui d'Alembert reduce problema de dinamică la o problemă cu două aspecte, unul static și celălalt cinematic*”.

2. La acest punct Șt. Hepites sugerează un exemplu ilustrativ de aplicare a principiului lui d'Alembert în spiritul originar, pe care nu-l rezolvă lăsând acest demers pe seama cititorului interesat.

NB1. Aspectul cinematic al problemei constă în a observa că în virtutea legăturilor existente într-un sistem mecanic, distribuțiile de deplasări

elementare de viteze și de accelerații nu sunt arbitrare, ci compatibile cu legăturile. Insistența pe compatibilitatea distribuției de deplasări elementare de viteze și de accelerații (cu legăturile) conferă principiului lui d'Alembert, între altele, calitatea de „punte de legătură” între legea fundamentală (*mecanică vectorială*) și principiul lucrului mecanic virtual și, în mod implicit, încadrarea principiului lui d'Alembert în *mecanica analitică*. Pe de altă parte principiul lui d'Alembert ca formulare de *tip torsorial* se relaționează cu *formulările energetice*.

NB2. Atât scrierea condițiilor de echilibru cinetostatic în strictă conformitate cu expunerea lui d'Alembert în Tratatul de dinamică, cât și în varianta ulterioară, în care se introduce noțiunea de forță de inerție nu se fac referiri la problema directă (punctul material liber). Între altele, *ambele variante lasă deschisă identificarea agentului care provoacă mișcarea punctul material (liber, cu legături)*. De altfel nici în cazul punctului material cu legături agentul care provoacă mișcarea nu este definit suficient de clar, oscilând vag între „legătură” și „sistem de forțe date”. (Vezi problema celor două corpuri în varianta clasică și în varianta în care punctul material liber apare în sistem cu Pământul considerat fix; această variantă are două subvariante: 1) punctul material liber se află în imediata vecinătate a scoarței terestre (problema balistică sau căderea liberă și 2) problema satelitului circumterestru).

NB3. *Din punct de vedere operativ* aplicarea principiului lui d'Alembert poate rămâne în zona speculației pur algebrice ca o metodă de calcul dinamic prezentând unele avantaje care o fac preferabilă aplicării directe a legii fundamentale (respectiv a teoremelor generale) în unele probleme. Din punctul de vedere al interpretării fizice în raport cu postulatele mecanicii newtoniene și mai ales cu legea fundamentală de la care provine, principiul lui d'Alembert comportă discuții legate în special de noțiunea de *forță de inerție*.

Aici trebuie remarcat că modul în care principiul a fost prezentat și explicat de autorul său în „Tratatul de dinamică” ar putea exclude o dezbateri pe tema forțelor de inerție, deoarece acestea nu figurează în mod explicit în lucrarea respectivă. Însă pe de altă parte evitarea operării cu forțele de inerție umbrește frumusețea și eleganța principiului respectiv limitând câmpul de aplicare și subminând locul său în grupul principiilor diferențiale ale mecanicii.

De aceea eforturile de explicare a esenței principiului lui d'Alembert, dincolo de vocația aplicativă, sunt pe deplin justificate și chiar necesare în cadrul mecanicii ca doctrină științifică despre universul material.

NB4. În regim static, adică pentru relaționarea restrictivă a sistemului de forțe date cu sistemul de legături ale sistemului mecanic și cu condițiile inițiale, practic principiul lui d'Alembert nu există. Ceea ce poate să pară paradoxal, devreme ce, cel puțin din punct de vedere operațional, principiul respectiv aduce fenomenul dinamic în zona staticii.

NB5. În privința precizării rolului aspectului cinematic alături de cel static se poate aprecia că, deși în principiu această atitudine preponderent didactică este corectă, totuși ea aparține unei etape care a fost depășită între timp. Includerea aspectului cinematic în orice problemă de mecanică, inclusiv în statică, (problema directă și problema mixtă), este o chestiune de la sine înțeleasă, astfel încât nu mai există actualmente nici un risc și deci nici un motiv de temere în privința absolutizării aspectului static în detrimentul celui cinematic. Și totuși rămâne un adevăr incontestabil faptul că tocmai *aspectul cinematic, care însoțește pe cel static*, poate constitui un impediment semnificativ în calea adoptării principiului lui d'Alembert ca metodă de rezolvare a unor probleme de dinamică „în stil static”.

NB6. În expunerea lui Șt. Hepites legea fundamentală clasică este folosită la pct. 3 insistând pe descompunerea rezultatei sistemului de forțe date care acționează asupra punctului material cu legături, fără a sublinia rolul esențial al acestei legi în formularea principiului lui d'Alembert (nici nu se folosește în mod explicit titulatura de „*lege fundamentală a mecanicii clasice*” sau de “*postulatul al doilea*”, ci astfel: „Acum admitând relația:

$$(F) = m (J)$$

care leagă forța de accelerație ajungem la problema generală a dinamicii și la principiul lui d'Alembert”. Pe de altă parte întreaga expunere a lui Ștefan Hepites se referă la forma elementară a principiului lui d'Alembert, adică cea care derivă direct din legea fundamentală clasică vizând punctul material cu legături. Însă în opinia noastră merită o atenție deosebită relevarea adevăratei forțe de expresie a principiului lui d'Alembert, care rezidă în aplicarea sa la sisteme mecanice, sub forma pe care o ia ca exprimare a *teoremei torsorului* operând cu forțele de inerție și cu *scheme de forțe*.

NB7. Dincolo de valoarea abordării principiului lui d'Alembert în conformitate cu adevărul istoric expunerea lui Șt. Hepites are și darul de a constitui o sursă didactică remarcabilă pentru clarificarea semnificației și interpretării forței de inerție; deși expunerea în cauză nu conține referiri directe la acest subiect.

Manifestări științifice prilejuate de comemorarea bicentenarului publicării Tratatului de Dinamică și aniversarea a trei secole de la nașterea lui Isaac Newton

Era anul 1943. În atmosfera creată de împlinirea a trei sute de ani de la nașterea lui Newton și două sute de ani de la publicarea operei citate a lui d'Alembert mediile universitare și academice din România au reacționat în mod susținut atât în sensul rememorării ca atare a liniei de gândire promovate de cei doi corifei ai mecanicii, cât și în sensul dezvoltării lor teoretice pe baza introducerii noțiunii de forță de inerție, cu accent pe explicarea naturii acestora și implicit pe adâncirea abordării problemei de dinamică în stil cinetostatic, *pentru sisteme mecanice complexe*. Comemorarea lui Newton a fost marcată prin comunicarea lui C. Popovici „*The third century of the Birth of Newton. Issac Newton and Modern Problems of Celestial Mechanics*”).

Cu prilejul sărbătoririi bicentenarului publicării Tratatului de dinamică al lui d'Alembert, AR a organizat o „*Comemorare – d'Alembert și principiile mecanicii*” în ședința publică desfășurată la data de 19 nov. 1943. D. Pompeiu a făcut comunicarea cu titlul de mai sus, care a fost publicată în Analele AR, Memoriile secțiunii științifice, Seria III, Tomul XIX, MEM 9 (Foto. nr. 2).

În linii generale D. Pompeiu a păstrat spiritul expunerii făcute în anul 1914, explicând Principiul lui d'Alembert *fără a folosi noțiunea de forță de inerție*. În cele ce urmează vom spicui câteva din ideile exprimate în comunicarea menționată, în care autorul își pune întrebarea: „*În ce constă principiul lui d'Alembert?*”

Înainte de a formula răspunsul la această întrebare, D. Pompeiu face câteva considerente de natură să evidențieze ceea ce el a denumit „metoda istorică” de abordare a mecanicii. Autorul își începe explicațiile referitoare la principiul lui d'Alembert prezentând două exemple ilustrative.

191843

ANALELE ACADEMIEI ROMÂNE
MEMORIILE SECȚIUNII ȘTIINȚIFICE
SERIA III TOMUL XIX MEM. 9

O COMEMORARE:
D'ALEMBERT ȘI PRINCIPIILE MECANICII

DE
D. POMPEIU
MEMBRU AL ACADEMIEI ROMÂNE

Comunicare făcută în ședința publică dela 19 Noiembrie 1943

Secțiunea Științifică a Academiei a hotărât, în urma unei propuneri ce i s'a făcut, să comemoreze la împlinirea a 200 de ani—prin câteva cuvinte roșite în *actiuni publice*—un eveniment științific care a însemnat o dată memorabilă în dezvoltarea Mecanicii raționale.

Este vorba de *principiul lui d'Alembert* și anume de *Tratatul de Dinamică*, prima ediție din 1743, în care d'Alembert și-a expus faimosul principiu care îi poartă numele. Până la cea dată, cum remarcă însuși d'Alembert, cei mai mari savanți nu avuseră să deslege unele probleme de Mecanică decât întâmplător oarecum, utilizând considerații particulare, în lipsa unei metode generale. — — — — —
Iată de ce principiul lui d'Alembert înseamnă un pas atât de hotărâtor în calea de progres a Mecanicii raționale.

Degeaj din arămă expunerii didactice, care luagă și amestecă principiul lui d'Alembert cu ceea ce a fost mai înainte și cu ceea ce a venit mai pe urmă — degajă: principii lui d'Alembert ne apare în toată simplitatea lui surprinzătoare, cu toate marile adevăruri științifice.

În ce constă principii lui d'Alembert?

J. A. R. — *Memorie* "Analele Științifice, Serie III, Tom. XIX, Mem. 9.

Foto. nr. 2 – Prima pagină a comunicării acad. D. Pompeiu, referitoare la d'Alembert (*fotocopie*).

În continuare autorul afirmă că „aparatură matematică al Mecanicii Raționale permite să facem prin calcul, pentru fiecare punct material al sistemului cu legături, diferența între *forța dată* și *forța efectivă* și că: „Procedând astfel *definim conceptual un al treilea ansamblu de forțe* relativ la sistemul dat, și anume forțele ce împlinesc în fiecare punct *diferența dintre forța efectiv observată și forța dată* pe care le denumim *forțe de diferență*”. (Diferența dintre forța dată și cea efectivă aplicată, n.n.). Și D. Pompeiu încheie astfel referirea la *forțele de diferență*. „De aici înainte analiza matematică intră în joc și, în fiecare caz problema primește forma ei matematică și devine numai o chestiune de calcul”.

NB8. Pentru a ilustra explicația prezentată mai sus, noi vom folosi ca exemplu punctul material cu legături rezemat pe un plan înclinat luciu (Fig. 1a) pe care însuși D. Pompeiu îl recomandă ca exercițiu în expunerea sa. În limbajul actual se păstrează numai termenul *forța dată* (Fig. 1b) notată $F_{\text{dată}}$ (greutatea proprie mg) folosind pentru celelalte forțe denumirile consacrate, alături de cele adoptate de D. Pompeiu în conformitate cu terminologia din *Tratatul de Dinamică*.

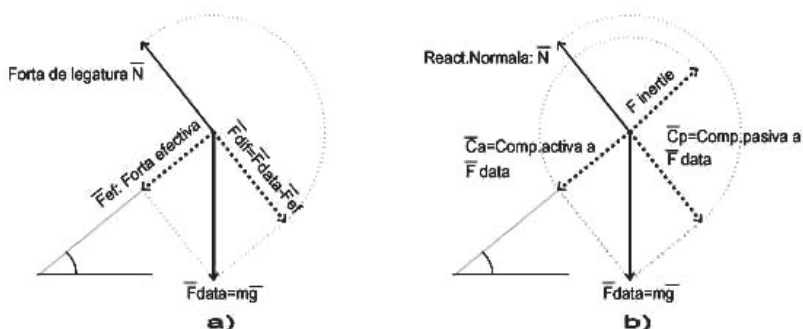


Fig. 1 a și b

\bar{N} = forța de legătură sau reacțiunea normală corespunzătoare legăturii lucii, simple (planul înclinat redus la linia de cea mai mare pantă, problema plană).

$Mg \sin \alpha$ = componenta activă, \bar{C}_a , a sistemului de forțe date (a lui mg) denumită de D. Pompeiu și d'Alembert forța efectivă. (Opusă acestei componente este chiar forța de inerție, n.n.).

$Mg \cos \alpha$ = componenta pasivă, \bar{C}_p , a sistemului de forțe date, sau forța lui d'Alembert, denumită de D. Pompeiu și forța de diferență. (Această componentă este egală cu rezultanta forțelor date și de inerție sau, conform limbajului originar, „diferența dintre forța dată și forța efectivă”, n.n.).

$$\bar{F}_{\text{dif}} = \bar{F}_{\text{date}} - \bar{F}_{\text{ef}}$$

$$\bar{C}_p = \bar{F}_{\text{date}} + \bar{F}_{\text{in}}$$

În partea finală a expunerii sale D. Pompeiu se referă la următoarele aspecte:

a) În ciuda statutului său de om de știință remarcabil, *d'Alembert a refuzat cariera universitară deoarece „își dădea seama de ce problemă delicată este aceea de a face să treacă în formă exactă cunoștințele din mintea celui ce știe, în mintea celui ce vrea să învețe”*;

b) Activitatea lui d'Alembert aparține deopotrivă științelor și literelor, iar numele lui s-a impus posternității. „Istoria științelor matematicii l-a așezat pe d'Alembert după Huygens și Newton între Lagrange și Laplace, emul al lui Clairaut și Euler”;

c) Referindu-se la locul mecanicii clasice în ansamblul teoriilor moderne ale fizicii, cristalizate în prima jumătate a secolului al XX-lea,

D. Pompeiu arată: „Ca și Fizica clasică, Mecanica noastră a fost edificată pentru a ne da, ea, seama de fenomenele ce se petrec la scara de precizie a noastră, obișnuită. În aceste condiții ea constituie o excelentă aproximație și rămâne, practic, perfect valabilă. Ba, încă, ea câștigă pentru că la lumina teoriilor celor nouă ea își precizează mai bine poziția ei, rolul de formă inițială a cunoștințelor noastre despre fenomenele mecanice”.

Păstrând descrierea evenimentelor științifice în ordinea cronologică în care s-au desfășurat, trebuie să menționăm că după spusele lui V. Vâlcovici, președinte al Secțiunii matematice a Academiei de Științe, „În anul 1942 a avut loc în mediul științific din București o discuție destul de animată asupra „forței de inerție”: Este ea reală sau fictivă? Părerile au fost împărțite, unii au susținut că forța de inerție este reală, alții că este fictivă”. Și V. Vâlcovici continuă: „auditoriul ar fi putut rămâne cu impresia că ambele părți au dreptate” și „forțele de inerție reale sau nu, trebuiesc luate în considerare în calcule, în cât părerea noastră că ele sunt sau nu reale nu le-ar scuti de serviciul real pe care trebuie să ni-l facă în aplicațiile practice de mecanică”.

Această referire încurajantă, sau în orice caz liniștitoare din punct de vedere practic, are însă și un revers delicat de natură teoretică: clarificarea științifică a noțiunii de forță de inerție la scara întregii comunități academice din țara noastră. În acest sens același V. Vâlcovici, susține necesitatea revenirii asupra esenței conceptului de forță de inerție pe care o motivează astfel, după 4 ani de la „momentul 1942”: „Cu prilejul discuției care a avut loc cu 4 ani în urmă s-a făcut constatarea că unii dintre vorbitori n-ar fi pătrunși de valoarea diferitelor noțiuni fundamentale din Mecanică spre pildă principiul inerției, care stă la baza Mecanicii vectoriale n-ar mai fi adevărat decât dacă asupra corpului nu ar acționa nici o forță. Această idee eronată a fost introdusă în mintea unora dintre studenții Politehnicii din București profitându-se de ascendentul de care se bucură catedra”.

Anii 1945–1946 – apogeul dezbaterilor asupra principiului lui d’Alembert

În expunerea făcută până aici am făcut referire la cele dintâi manifestări științifice organizate în cadrul Academiei Române care au marcat interesul mediului universitar din țara noastră pentru explicarea principiului lui d’Alembert. Protagonistii acestui demers (D. Pompei, în anii 1914–1943) și Șt. Hepites în anul 1914) s-au referit în mod exclusiv la prezentarea ideilor de bază exprimate de d’Alembert în lucrarea sa „*Traité de*

Dynamique” publicată în anul 1743, în care autorul nu formulase în mod explicit faimosul principiu care avea să-i poarte numele și ca atare nu folosise noțiunea de „forță de inerție”. În aceste condiții explicarea principiului lui d'Alembert, purtând un pronunțat caracter didactic nu a angajat o dezbatere de idei, deoarece viza numai forma primară a contribuției lui d'Alembert la reformularea legii fundamentale a mecanicii clasice pe care Newton o formulase cu un secol înainte.

Însă tocmai enunțul principiului lui d'Alembert sub forma cunoscută astăzi, în care apare noțiunea de „forță de inerție”, și care a ridicat inițiativa marelui savant la rangul de „principiu analitic” a determinat și dezbaterile pe tema naturii forțelor de inerție. În mediul academic românesc aceste dezbateri au debutat în anul 1942 (după cum am menționat în prima parte a expunerii de față) plasându-se la originea evenimentului științific la care vom face referire în cele ce urmează.

Prin Secțiunea ei Matematică, Academia de Științe a organizat un simpozion în ziua de 15 decembrie 1945 în amfiteatrul laboratorului de Mecanică al Universității București. Au fost susținute două comunicări: „Forțele de inerție în lumina principiilor dinamicii” și „Asupra fenomenului de inerție”, primu avându-l ca autor pe D. Germani, iar cea de a doua pe C. Budeanu. Ambele comunicări au fost ulterior completate de către autori și publicate în Analele Academiei de Științe din România, seria III-a, „Memorii și Monografii”. Nr. 20/1946, sub titlul „Forța de inerție”, Simpozion de D. Germani și C. Budeanu, cu un cuvânt de introducere și unul de încheiere formulate de V. Vâlcovici (1885–1970), profesor la Universitatea din București și președinte al Secției Matematice a Academiei de Științe în perioada respectivă.

Înainte de a prezenta pe scurt opiniile exprimate de D. Germani și C. Budeanu este oportun să relevăm aici ideea formulată de V. Vâlcovici, inițiatorul simpozionului, care menționează că sursa organizării acestuia este „incidentul 1942” eveniment care a declanșat o adevărată criză ideatică în privința forțelor de inerție, în special așa cum a fost reflectată în învățământul superior tehnic din România. După opinia lui V. Vâlcovici, cele două expuneri făcute în cadrul simpozionului „*au prezentat chestiunea în două moduri diferite ajungând la concluzii identice, aruncând o lumină și asupra unor chestiuni de principiu, asupra cărora se lăsase în trecut o umbră de îndoială*”. În continuare, V. Vâlcovici remarcă faptul că „*Atmosfera sălii totuși a făcut impresia că suntem încă departe de consensul maxim către care*

năzuim” și încheie „*cu speranțe că dezbaterea din 15 decembrie 1945 și publicarea ulterioară să facă lumină deplină în jurul chestiunii, și cu promisiunea că dacă va fi totuși nevoie, Academia de Științe este dispusă să organizeze un nou simpozion pentru a-și atinge scopul*”.

Privind chestiunea prin prisma realității existente în aceea perioadă în învățământul superior românesc, conchidem că nu este deloc întâmplător faptul că profesorul V. Vâlcovici, recunoscut în special pentru activitatea sa pe tărâm teoretic și care a fost incontestabil inițiatorul și sufletul demersului pe care îl prezentăm în comunicarea de față, a invitat la simpozionul amintit doi eminente profesori ingineri, reputați atât pentru activitatea lor tehnică de înaltă performanță, cât și pentru cercetarea științifică pe măsură.

În treacăt fie spus, absența din acest peisaj a lui D. Pompeiu, membru al Academiei Române, ni se pare greu explicabilă, dat fiind faptul că acesta, deși la o vârstă relativ înaintată apare alături chiar de V. Vâlcovici într-o comunicare publicată de Academia de Științe din România intitulată: „*Comemorarea lui Spiru Haret (1851–1912)*” în anul 1942, la 30 de ani de la moartea acestuia.

În limitele îngăduite pentru expunerea de față vom reda în continuare principalele idei exprimate în cele două comunicări.

Prima comunicare aparține lui D. Germani (1877–1948), profesor onorar la Politehnica din București, cunoscut atât pentru activitatea sa didactică și de cercetare în domeniul mecanicii fluidelor, cât și pentru realizările sale ca inginer constructor. În introducerea comunicării citate în care autorul subliniază utilitatea operării cu forțe de inerție, atât în domeniul mecanicii cât și în cel al electricității, el menționează că „*există divergențe de opinii în privința interpretării forțelor de inerție, care vizează și învățământul nostru tehnic și care se impune a fi dezvoltate temeinic pentru a aduce clarificarea necesară*”. În acest context D. Germani scrie legea fundamentală a mecanicii clasice pentru un punct material și pentru un sistem material, în formularea lui d’Alembert și apoi „*teorema lucrurilor virtuale*” (principiul lucrului mecanic virtual, n.n.) folosind coordonate generalizate, ca alternativă de exprimare a legii fundamentale și semnalând aplicarea la studiul fenomenelor electromagnetice.

În continuare, vorbitorul reiterează principiile dinamicii într-o manieră aparte, după care prezintă Principiul lui d’Alembert ilustrat cu un exemplu și cu punerea în ecuație a unei mișcări față de axe antrenate urmată de patru exemple ilustrative și un set de zece concluzii.

În cele ce urmează vom spicui din comunicarea lui D.G. partea care se referă direct la principiul lui d'Alembert, observând că prezentarea acestuia în contextul unității postulatelor mecanicii clasice este extrem de bine inspirată, ridicând la cote maxime eficiența demersului urmărit: explicarea naturii forțelor de inerție.

„Se atribuie lui d'Alembert artifiiciul ingenios de a da ecuației fundamentale a mecanicii înfățișarea unor ecuații de echilibru convenind a considera termenul cinetic ($-ma$), respectiv ($-mdv/dt$) drept o forță numită forță de inerție, (întrucât conține ca factor, după cum am spus, și caracteristica „ m ” a inerției punctului material) spre a da acelor ecuațiuni înfățișarea unor ecuații de echilibru.”

NB9. Noi am adăuga aici că: 1) în cazul unui solid rigid, masa acestuia, reprezintă *măsura inerției sale de translație*, iar tensorul central principal de inerție reprezintă *măsura inerției de rotație* a aceluiași solid rigid respectiv; 2) semnalăm aici și o oarecare contradicție în termeni: un punct material izolat se mișcă în virtutea inerției, care apare ca o proprietate obiectivă, intrinsecă a corpului (respectiv a substanței), în afara oricărei forțe; ori, denumirea de forță de inerție se referă la corpurile accelerate conform legii fundamentale, ca efect al acțiunii forțelor semnificând mai degrabă abaterea stării mecanice a acestora de la starea mecanică inerțială; D. Germani semnalează corect că artifiiciul inițiat de d'Alembert, care din punct de vedere strict algebric este pe deplin justificat și eficient sub aspect operațional, a primit o interpretare forțată prin atribuirea calității de forță de inerție vectorului ($-m\ddot{a}$) aplicat chiar în punctul material, ca și ($m\ddot{a}$) care figurează de drept în expresia formulei fundamentale newtoniene. Deși această atribuire forțată nu-i aparține lui d'Alembert, care nu a folosit sintagma „forță de inerție”, rămâne un adevăr faptul că el a considerat ca justificat artifiiciul din punct de vedere fenomenologic, în spiritul staticii folosind noțiunile de „forță efectivă” și „forță pierdută”. Pe exemplul punctului material rezemat pe un plan înclinat luciu această speculație apare perfect justificată deoarece forma traiectoriei punctului material este una rectilinie; ceea ce conduce la descompunerea forței date într-o componentă statică (forța pierdută) și o componentă cinetică (forța efectivă). Însă în cazul pendulului simplu, de exemplu, unde traiectoria este curbilinie, componenta normală nu mai are caracter static, doar pentru că se aplică pe direcția legăturii ca și în statică. Probabil că această viziune cvasistatică

a legii fundamentale aparținând chiar lui d'Alembert a constituit o sursă pentru comiterea erorii de interpretare a vectorului (-mă) aplicat punctului material, drept forță de inerție.

În acest sens se poate admite că eroarea de interpretare a formei d'Alembert a legii fundamentale nu afectează pe inginerii proiectanți, care operează cu principiul respectiv pe considerente de comoditate pur operațională și, pentru care vectorul (-mă) denumit impropriu forță de inerție apare cât se poate de real, ducând calculele lor pe această bază, la rezultate corecte confirmate în practică.

Revenind la partea din comunicarea lui D. Germani care face referire directă la principiul lui d'Alembert, cităm în continuare: „Credem că în mod impropriu acest artificiu a fost denumit principiu ca și când această operație pur formală (aplicată formulei fundamentale, n.n.) ar avea valoarea axiomatică a principiilor fundamentale ale mecanicii clasice”.

NB10. Deși din punct de vedere principial observația lui D. Germani conține un sâmbure de adevăr, vom menționa că totuși este prea categorică; în fond toate principiile mecanicii analitice pot fi deduse din legea fundamentală și invers, pot fi aduse la forma clasică a legii fundamentale pe cale analitică. Pe de altă parte *principiul lui d'Alembert constituie puntea de legătură dintre modelul torsional și cel energetic și chiar dintre mecanica vectorială și mecanica analitică*: principiul lui d'Alembert – principiul lucrului mecanic virtual – ecuațiile lui Lagrange de speța a doua.

În continuare, având în vedere și caracterul preponderent istoriografic al expunerii de față vom prezenta pe scurt concluziile formulate de D. Germani, în finalul comunicării sale:

– „*Chestiunea dacă în general forțele de inerție, întâlnite în mecanică sunt forțe reale sau fictive, este rău pusă*”.

– „*Din punct de vedere al realității obiective, aceea constatată de observatorul fix, toate forțele de inerție de forma: $-m\ddot{a}_p$, $-m\ddot{a}_p$, $-m\ddot{a}_p$, și $-2\vec{\omega} \times \vec{v}_p$ dacă se consideră aplicate puncte materiale, la care se referă masa m , sunt categoric fictive*”.

– „*Cu folosirea principiului lui d'Alembert (considerarea echilibrului fictiv) se urmărește studiul mai comod al problemelor de mișcare sau, când mișcarea este cunoscută, observarea mai comodă a forțelor aplicate necunoscute; de exemplu acțiunea pereților asupra unui fluid în mișcare și deci reacțiunea fluidului asupra acelor pereți (cazul turbinelor, la care se cere momentul reacțiunilor în jurul axei de rotație, adică cuplul motor).*”

– „O altă folosire importantă a principiului lui d'Alembert se face la studiul problemelor statice (primul caz de mai sus, acela al sistemelor rigide) unde mișcare propriu-zisă nu interesează și se cere de exemplu calculul eforturilor interne la o piesă de rezistență în mișcare. O astfel de problemă se poate trata față de axe antrenate de corp, adică în echilibru relativ, în care ecuația dinamică are ca membru al doilea, zero”.

– „Că realitatea obiectivă aparține forțelor de reacție, iar nu forțelor calificate fictive, rezultă și din următoarea probă peremptorie. Se știe că o forță aplicată unui punct material, în cazul când execută un lucru pozitiv, comunică punctului material energia luată din sistemul exterior de la care emană; rolul forței este atunci de a furniza energie. Contrariul se întâmplă dacă lucrul mecanic este negativ; rolul forței este de a sustrage din energia punctului material, transmitând-o mai departe. Or forța de inerție a lui d'Alembert prezintă tocmai particularitatea, că lucrul ei pozitiv este egal cu micșorarea energiei cinetice a corpului și vice-versa, ceea ce este caracteristica forțelor aplicate corpurilor exterioare care sustrag punctului material energia reprezentată prin acel lucru mecanic. Așa dar, ecuația scrisă după principiul lui d'Alembert nu exprimă un echilibru real între forțe aplicate aceluiași sistem material, ci un echilibru formal, între acțiune și reacțiune sau între un sistem de acțiuni și reacțiunile lor, deci între forțe aplicate la corpuri diferite. În cazul repausului relativ însă, față de axe antrenate, forțele de inerție aparente ale mișcării de antrenare, care au aceeași expresie cu forțele fictive ale lui d'Alembert, capătă o realitate subiectivă pentru observatorul antrenat care, având de exemplu cunoștință de forțele reale aplicate, dar ne constatând nici un efect dinamic, este condus a admite existența unor forțe antagoniste, care echilibrându-le pe primele să facă să dispară acest efect”.

„Pentru inginerul constructor care studiază eforturile interne ale unei piese în mișcare, această situație a repausului și echilibrului relativ este cea mai convenabilă și comodă pentru calcul, fiindcă se ocolește complicația inutilă pe care o dă prezența mișcării. Studiul se poate face evident cu aceleași rezultate, însă mai puțin comod și fără a ne așeza în menționata ipoteză, ci luând seamă de mișcarea reală. Un raționament analag se poate face și pentru mișcarea relativă, când efectul dinamic subsistă pentru observatorul antrenat, dar este diferit de cel real sau absolut, pentru care motiv, conștient sau nu, observatorul antrenat trebuie să împrumute realitate în fiecare punct unor componente ale forței fictive a lui d'Alembert, și anume forței de inerție a mișcării de antrenare”.

„A atribui realitate forței lui d'Alembert, ca aplicată corpului chiar, în cazul mișcării absolute, adică celei reale a acestuia cu același titlu ca forțelor

acceleratoare reale, înseamnă a admite că totul în natură este în echilibru. Ori aceasta contrazice principiilor dinamicii și nesocotește constatările tocmai ale observatorului fix, singurul, de bună seamă, care percepe realitatea obiectivă”.

„Ori care ar fi părerea unora sau altora asupra calificării forțelor de inerție drept reale, fictive sau aparente, aceasta nu poate schimba nimic din Principiile și Metodele Mecanicii Raționale.”

„Orice abatere de la aceste principii unanim verificate, recunoscute și adoptate de oamenii de știință nu poate duce decât la erori grave și la rezultate false. În special pentru învățământul tehnic care în mare parte se bazează pe știința mecanicii, o asemenea practică trebuie evitată”.

Ceea de a doua comunicare în cadrul simpozionului din anul 1945 aparține lui C. Budeanu (1886–1959), profesor la Politehnica din București, cunoscut pentru activitatea sa de cercetare și proiectare în domeniul electrotehnicii și în domeniul construcției de autovehicule. În ambele ipostaze s-a confruntat cu problema forțelor de inerție ajungând la convingerea potrivit căreia „fenomenul de inerție este o realitate”. În expunerea sa, C. Budeanu s-a concentrat pe examinarea fenomenului inerției „sub aspectul energetic și și sub acela al poziției relative a observatorului” relevând că fenomenul de inerție se manifestă sub trei forme care pun în joc energiile, puterile și forțele.

Aspectul energetic al forțelor de inerție este descris pe exemplul unui vagon de cale ferată a cărui acționare se face prin locomotivă cu cărbune sau electrică, respectiv prin consum de energie, dată fiind relația $p = dE / dt$ și punând în joc principiul conservării puterii (În legătură cu acest subiect autorul a publicat un articol în „Révue Générale de l'Électricité”).

C. Budeanu și-a structurat expunerea pe patru capitole după cum urmează:

I. Manifestările fenomenului de inerție; II. Aspectul energetic al fenomenului de inerție; III. Poziția relativă a observatorului; IV. Observații finale și concluzii.

Având în vedere scopul urmărit în expunerea de față ne vom limita la prezentarea selectivă a concluziilor lui C. Budeanu care sunt cuprinse în capitolul IV.

– „Aspectul energetic al fenomenului de inerție îl utilizăm de mulți ani, în diverse calcule și aplicații de tracțiune, de mișcare a sistemelor oscilante, etc. Pe baza unei experimentări de lungă durată a acestei prezentări, avem impresia, că ea e de natură a introduce unele precizări și simplificări”.

– „Deasemeni impresia observatorului din interiorul vehiculului am utilizat-o în mod curent, transformând-o în metodă de calcul, chiar pentru uzul calculelor de proiecte de tracțiune. Situația perioadei de demaraj o putem echivala cu situația unei *rampe fictive* pe care o putem bine identifica. Pe o astfel de rampă fictivă știm a scrie imediat forța de tracțiune ca fiind exprimată în kg pe tonă de vehicul egală cu rampa exprimată în mm/m, ca și pe orice rampă oarecare.”

– „Nu credem că o discuție prea accentuată a „realității în sine” a forței de inerție ar avea mare utilitate. *Cunoașterea „realității în sine” este îngrădită pentru toate mărimile fizice.* Ceea ce interesează este ca manifestarea sa exterioară să fie corect interpretată și introdusă în calcule. De altfel am arătat mai sus că rezultatul calculelor forțelor puterilor și energiilor de tracțiune este independent de discuția între punctele de vedere ale celor doi observatori, din interiorul și exteriorul corpului în situație de mișcare accelerată”.

– „Considerăm că una din cauzele care au contribuit a produce oare care discuție este metoda întrebuițată în Mecanica teoretică a raționamentului asupra „punctului material”. Raționamentul conduce la concluzii valabile totuși concepția „punctului material” este destul de subtilă și comportă atenție. Punctul material este o ficțiune. Este necesar a se face o discriminare între punctul geometric M propriu-zis și masa m a punctului. Un punct M căruia i se aplică forța F servește ca punct de aplicare și forței de inerție F_i ”.

„Deci forțele F și F_i se aplică în același punct geometric M . Însă F este forța pe care sistemul motor o aplică asupra masei m , pe când F_i este forța de inerție pe care masa m o aplică de data aceasta asupra sistemului motor, în același punct geometric M ”.

– „Relația între forța aplicată F și forța de inerție F_i este analoagă cu aceea care subsistă între forțele de acțiune și de reacțiune. Discuția de prioritate a uneia față de cealaltă nu e totdeauna concludentă.”

– „În orice caz este de reținut că importanța fenomenului de inerție nu trebuie subevaluată. În determinarea atât a forței de tracțiune, cât și a puterii pe care trebuie să le dezvolte o locomotivă, fenomenul inerției predomină în general”.

– „Fenomenul de inerție rămâne deci o realitate, care se manifestă prin energiile dezvoltate prin puterile și forțele puse în joc. Forța de inerție este de sens invers accelerației; ea este aplicată de masa corpului

asupra sistemului motor sau asupra sistemului care produce accelerația respectivă.”

În cuvântul de încheiere, a lucrărilor simpozionului din anul 1945 prof. V. Vâlcovici, președinte al Secției Matematice a Academiei de Științe, în calitate de inițiator, organizator și gazdă a evenimentului își exprimă satisfacția de a constata o identitate de opinii pertinente ale celor doi remarcabili antevorbitori, exprimate în moduri diferite, și bogat ilustrate prin exemple din diverse domenii tehnice, interpretate cu competență și forță de persuasiune.

Însă ilustrul om de știință care și-a dobândit faima de „patriarh al mecanicii din România” (sintagma îi aparține unuia din președinții Academiei Române, Radu Voinea (1923–2010), el însuși un eminent inginer constructor și om de știință în domeniul mecanicii), nu s-a limitat la simple aprecieri vizândnd expunerile prezentate în cadrul simpozionului, ci și-a formulat propriile opinii într-o manieră clară și profundă, de o maximă concizie (pe numai 4 pagini de text). Este dificil de a rezuma concluziile formulate de V. Vâlcovici (cei interesați pot consulta textul original, așa cum am făcut și noi); însă în limitele scopului istoriografic urmărit în expunerea noastră, ne vom îngădui să reiterăm numai două aspecte denumite de V. Vâlcovici „Incidentul d’Alembert” și „Incidentul forțelor complementare (relative)” în care autorul „ajustează” în mod elegant intervențiile antevorbitorilor săi făcând distincția cuvenită între noțiunile de „forță de inerție” care apare în cazul mișcării absolute a corpurilor (față de repere inerțiale) și „forțele inerțiale” care apar în studiul mișcării relative (față de repere neinertiale).

Bibliografie:

- [1] Germani, D., Budeanu, C., „*Forța de inerție*”, Analele Academiei de Științe din România, seria III-a, „Memorii și Monografii”. Nr. 20/1946, cu un cuvânt de introducere și unul de încheiere formulate de V. Vâlcovici.
- [2] Hepites, Șt., *NOTĂ*, Bulletin de la Section Scientifique de l’Academie Roumaine, nr. 9 la 15 aprilie 1914.
- [3] Pompeiu, D., „*Comemorare – d’Alembert și principiile mecanicii*”, Analele Academia Română, Memoriile secțiunii științifice, Seria III, Tomul XIX, MEM 9. 1943.