STRATEGII ACTIV-CREATOARE ÎN CADRUL LECȚIILOR DE GEOMETRIE

Costică LUPU[1]
costica_lupu@yahoo.com

ABSTRACT: In this paper are presented the interactive methods and their importance in the study of mathematics. The experiment method, brainstorming and problematization method are considered relevant to the achievement of learning geometry, to put the student in the center of learning geometry. Examples are given for each method used in the study of geometry.
This study aims to identify to what extent the learning styles vary in student learning and program changes as learning strategies within four years of secondary school.
In this sense, it aims preference for one or more students learning styles and oscillation between several learning strategies or their combination during secondary education.
The study was applied to 100 students in two classes VII and two classes VIII, National Pedagogical College Stefan cel Mare in Bacau.
KEYWORDS: interactive methods; brainstorming, experimental research, ascertaining-ameliorative.

Introducere

O lecție eficientă implică atât realizarea competențelor generale şi specifice, cât şi utilizarea unor strategii adecvate pentru a oferi elevilor posibilitatea dezvoltării inteligenței logico – matematice, a creativității, a motivației pentru studiul matematicii. Demersul profesorului de matematică trebuie să încurajeze la elevi, formarea unei stime de sine ridicată bazată pe încrederea ca parteneriatul şi comunicarea cu profesorul poate duce la rezolvarea situațiilor problemă, la învățarea plăcută a matematicii.

Este bine cunoscut faptul că învățarea prin descoperire dezvoltă armonios însuşirile şi trăsăturile de personalitate umană, cum ar fi: elementele

[1] Lect. univ. dr., Universitatea „Vasile Alecsandri” din Bacău, Departamentul de Matematică, Informatică și Științele Educației, Calea Mărășești, No 157, 600115, Bacău.

cunoaşterii senzoriale, gândirea, limbajul, imaginația, creativitatea, curiozitatea epistemică, calitățile moral-volitive, precum şi trăsăturile de caracter. Practicarea metodei are efecte deosebite asupra formării personalității elevilor, realizând o nuanțată motivație intrinsecă, dezvoltând potențialul intelectual şi oferind posibilitatea de muncă independent şi autoinstruire.

1. Aspecte pedagogice

I. Cerghit determină în funcție de caracterul determinant al învățării, două tipuri de strategii:

– *Strategiile prescrise*, sunt bazate pe dirijarea strictă a învățării (imitative, explicative – reproductive, algoritmice).

– *Strategiile neprescrise*, pun accentul pe stimularea efortului propriu al celui care învață, pe încurajarea muncii independente, prin dirijarea redusă la minim. Strategiile neprescrise sunt reprezentate și în rândul strategiilor de activizare.

– *Strategiile euristice*, vizează implicarea în descoperire, căutarea activă, având trăsături specifice investigației ştiințifice. Dintre strategiile euristice putem aminti strategiile explicativ-investigative, de descoperire semidirijată, cum ar fi: *conversația euristică, problematizarea, descoperirea independentă*, *cercetarea în echipă* [8].

Strategiile euristice de predare învățare a matematicii în gimnaziu se pot clasifica în:

– Strategii de *formare a capacităților de cunoaştere* a conceptelor şi proprietăților acestora;

– Strategii de *descoperire a noilor cunoștințe* de către elevi, prin elaborarea de algoritmi, reguli, metode, principii, formule, proprietăți ale noțiunilor și conceptelor;

– Strategii de *formare a capacităților de aplicare* a regulilor, proprietăților, algoritmilor, principiilor, legilor, teoremelor, etc., în rezolvarea de probleme.

– *Strategiile creative* – pun accentul pe capacitatea de reflecție, sinteză, evaluare critică, creație.

Învățarea prin descoperire se poate realiza prin intermediul strategiilor euristice şi în funcție de nuanța euristică cum ar fi observarea dirijată, observarea independentă, învățarea prin încercări – experiențe (experiențială), problematizarea, studiul de caz etc., deosebim mai multe tipuri de descoperire:

Descoperire inductivă. Aceasta presupune organizarea unor situații care să confere celor care învață elemente, cazuri similare, particulare, pa baza cărora, prin efort propriu, să ajungă la generalizări, reguli, definiții.

Descoperirea deductivă se realizează pornind de la adevăruri generale (principii, legi, reguli, la cunoştințe particulare.

Descoperirea analogică se realizează pe baza asemănării unor elemente a două sisteme şi aplicarea unor raționamente asemănătoare.

Descoperirea transductivă apelează la prezentarea metaforică a conținutului, fapt pentru care necesită o viziune comparativă, metaforică asupra unor obiecte, procese, fenomene, de la abstract către concret sau invers [7].

Practicile educative de predare activizată şi de stimulare a potențialului creativ al elevilor se înscriu în deziderațele pedagogiei moderniste şi post moderniste, de cooperare şi reflexie asupra învățării. Un profesor al cărui stil de predare se înscrie pe această linie directoare, va trebui să ofere elevilor situații de învățare care să le solicite interesul şi dorința de a se implica în procesul de instruire. Fiecare act creativ începe cu întrebări, dar acestea trebuie să fie deschise, să aibă sens şi să nu sugereze răspunsuri predeterminate. Una dintre căile cele mai sigure de stimulare şi generare de idei noi şi de dezvoltare a acestora pentru a soluționa diferite probleme, este organizarea de microgrupuri şi promovarea interacțiunilor între membrii acestora.

Utilizarea metodelor interactive de grup se poate folosi cu eficiență în rezolvarea problemelor de geometrie complexe, cu grad mare de dificultate, sau la probleme care admit mai multe soluții [1]. Vom prezenta în continuare un exemplu de utilizare a tehnicii rezolvării unor probleme de geometrie în spațiu cu ajutorul completării la poliedre în cadrul unei lecții de geometrie în spațiu folosind strategii activ-creatoare.

Etapele tehnicii rezolvării unor probleme de geometrie în spațiu cu ajutorul completării la poliedre sunt următoarele [4]:

Etapa introductivă. Profesorul enunță următoarea problemă: Fie ABCD un tetraedru cu $AD^{\perp\perp}CD$, $BC^{\perp\perp}CD$ şi M $^{\in\in}$ (AB). Dacă N este proiecția lui M pe dreapta CD, demonstrați că $\frac{AM}{MB}=\frac{DN\,AM}{NC\,MB}=\frac{DN}{NC}$, analizează problema precizând ipoteza şi concluzia, notează datele problemei [2].

Etapa lucrului individual. Elevii lucrează individual, pe cont propriu, pentru rezolvarea problemei timp de 5 minute. În această etapă se realizează planul de rezolvare, notând întrebările legate de rezolvare.

Etapa lucrului în perechi. Elevii lucrează în perechi pentru a discuta rezolvările individuale la care a ajuns fiecare. Se notează noile idei descoperite de celălalt coleg din pereche.

Etapa lucrului în grupe mari. Profesorul va împarţi clasa în 4 grupe, pentru a prezenta cât mai multe rezolvări ale problemei date. Fiecare grupă va găsi câte o rezolvare, folosindu-se eventual de unele indicaţii privind găsirea unor soluţii cât mai variate, prezentate gradat fie într-o fişă de indicaţii, fie prezentate de profesor fiecărei grupe. Pentru a găsi soluţii cât mai variate, şi mai originale, elevii au nevoie de aceste indicaţii. Se vor oferi însă, numai indicaţiile esenţiale şi nu toată rezolvarea problemei. Profesorul va acorda o mare atenţie întrebărilor puse de elevi iar şi profesor. Ele trebuie să anticipeze rezolvările problemei.

Faza raportărilor soluţiilor colective. Întreaga clasă, reunită, urmăreşte soluţiile colegilor, le analizează, le completează dacă este nevoie. Dacă elevii nu reuşesc să rezolve problema în întregime, profesorul poate interveni.

Grupa I primeşte ca primă indicaţie sa folosească teorema lui Thales. O a doua indicaţie le sugerează să construiască o paralelă MP la BC, $P \in ACP \in AC \in AC$, MP $\parallel \parallel\parallel$ BC, CD $\perp$ $\perp\perp$ BC$\Rightarrow$ $\Rightarrow$ CD$\perp$ $\perp\perp$ MP, CD$\perp$ $\perp\perp$ $\perp$ MN şi CD$\perp$ $\perp\perp$ MP$\Rightarrow\Rightarrow$CD $\perp$ $\perp$ $\perp\perp$ (MNP) $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ CD$\perp$ $\perp\perp$ PN şi cum CD$\perp$ $\perp\perp$AD, avem că AD $\parallel \parallel\parallel$ PN. În triunghiul ACD se aplică Teorema lui Thales şi se obţine că $\frac{DN}{NC} = \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MB}$ $\frac{DN}{NC} = \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MB}$, adică tocmai o variantă de soluţie [6].

Grupa a II-a primeşte ca primă indicaţie de rezolvare să folosească proiecţiile şi teorema reciprocă a Teoremei celor trei perpendiculare. O a doua indicaţie este de a proiecta punctul A pe planul BCD în punctul O. Se va proiecta pe acelaşi plan şi punctul M în punctul T.

Se observă imediat ca AO este paralelă cu MT. AO$\perp$ $\perp\perp$(BCD) şi AD $\perp$ $\perp\perp$CD$\Rightarrow$ $\Rightarrow\Rightarrow$ OD$\perp$ $\perp\perp$CD (reciproca teoremei celor trei perpendiculare). Deoarece TN si BC sunt perpendiculare si ele pe CD si sunt situate în planul (BCD), vom avea că OD $\parallel\parallel$ TN $\parallel\parallel$ BC. In $\Delta\Delta$ ABO se aplică teorema lui Thales: $\frac{AM}{MB}=\frac{OTAM}{BTMB}=\frac{OT}{BT}$ (1). Aplicând teorema paralelelor neechidistante avem că $\frac{OT}{BT}=\frac{NDOT}{NCBT}=\frac{ND}{NC}$ (2). Din (1) și (2) avem că $\frac{AM}{MB}=\frac{NDAM}{NCMB}=\frac{ND}{NC}$, adică tocmai o nouă variantă de soluție [5].

Grupa a III-a primeşte ca indicație de rezolvare să încadreze tetraedrul ABCD într-un paralelipiped dreptunghic ABCDEFGH cu bazele BCDE şi FGHA şi muchiile laterale BF, EA, DH, CG. Fețele AFBE şi BCDE sunt incluse în plane perpendiculare şi putem aplica o teoremă de perpendicularitate: (BFAE)$\perp\perp$(BEDC), (BFAE)$\cap\cap$(BEDC) = BE$\Rightarrow$ $\Rightarrow\Rightarrow$ MP$\perp\perp$ (BEDC) şi cum MN $\perp\perp$ CD, din Reciproca teoremei celor trei perpendiculare vom avea că PN$\perp\perp$CD, DN = EP, BP = CN. Fie MP$\perp\perp$BE. In $\Delta\Delta$ ABE se aplica Teorema lui Thales: $\frac{AM}{MB}=\frac{EP}{BP}=\frac{NDAM}{NCMB}=\frac{EP}{BP}=\frac{ND}{NC}$ adică tocmai o a treia soluție.

Grupa a IV-a primeşte ca indicație de rezolvare să încadreze tetraedrul ABCD într-o prismă triunghiulară dreaptă CEBDAP cu bazele CED şi DPA şi muchiile laterale CD, EA, BP. In dreptunghiul EDBP ducem prin M o paralelă TV la ED, T $\in\in$ EA, V $\in\in$ BP. CD$\perp\perp$(CED) deci CD$\perp\perp$EB şi cum EB $\|\|$ TV$\Rightarrow\Rightarrow$ CD $\perp\perp$TV. Dar din ipoteza MN $\perp\perp$ CD$\Rightarrow$ $\Rightarrow$ CD $\perp\perp$(NTV)$\Rightarrow\Rightarrow$ CD $\perp\perp$ NV. Dar si CB $\perp\perp$CD deci, NV $\|\|$ BC si DNVB este un dreptunghi. Vom avea ca DN = PV și NC = VB. În $\Delta\Delta$ABP se aplică Teorema lui Thales: $\frac{BV}{VP}=\frac{BM}{MA}=\frac{NDBV}{NCVP}=\frac{BM}{MA}=\frac{ND}{NC}$, adică tocmai o ultimă soluție.

Faza decizională: Se discută cele 4 soluții şi elevii vor decide care dintre ele a fost mai uşor de aplicat. Se pun în evidență avantajele ultimelor două soluții bazate pe includerea tetraedrului in două poliedre. Se stabileşte aportul elevilor în găsirea soluțiilor.

Tehnica rezolvării unor probleme de geometrie în spațiu cu ajutorul completării la poliedre stimulează învățarea prin cooperare, sporește încrederea în forțele proprii prin verificarea ideilor emise individual, mai întâi în perechi, apoi în grupuri mici şi în final cu întreaga clasă. Tehnica propusă dezvoltă capacitatea de a emite soluții inedite la problemele apărute, precum şi spiritul de echipă. Profesorul va trebui însă să gestioneze foarte bine timpul de lucru şi să cunoască potențialul creativ al elevilor săi. Evaluarea va fi mai puțin criterială şi mai mult reflexivă, integrând metode alternative de evaluare [3].

2. Descrierea cercetării aplicative

a) Obiectivele cercetării aplicative

Acest studiu îşi propune să identifice cum îşi schimbă rezultatele în lecțiile de geometrie prin folosirea strategiilor activ creatoare în timpul practicii pedagogice realizată în cadrul formării inițiale, de 10 studenți ai anului III, facultatea de matematică, prin Departamentul pentru Pregătirea Personalului Didactic.

În acest sens, se urmăreşte preferința elevilor pentru unul sau mai multe stiluri de învățare şi oscilația între mai multe strategii de învățare sau chiar combinarea acestora pe parcursul practicii pedagogice din gimnaziu.

Studiul s-a aplicat asupra a 50 elevi din două clase a VIII-a printr-un chestionar și asupra a 50 elevi din două clase a VII-a prin teste de cercetare experimentală, de la Colegiul Național Pedagogic Ştefan cel Mare din Bacău.

b) Ipotezele cercetării aplicative

Dacă stilurile de învățare ale elevilor variază la fiecare individ în parte şi nu sunt potrivite în egală măsură pentru aceştia, atunci identificarea exactă a stilului propriu de învățare (auditiv, vizual şi chinestezic) necesită o perioadă de verificare prin aplicarea fiecărui stil. Această perioadă culminează cu identificarea stilului potrivit sieşi, ce poate fi folosit de elev în procesul de învățare.

Dacă strategiile de învățare activ-creative sunt identificate în funcție de tipul de inteligență şi gradele distincte ale dezvoltării psihologice, atunci, odată cu dezvoltarea intelectuală şi experiența acumulată în cadrul anilor de şcoală, elevii pot fi capabili să îşi modifice şi chiar să îşi perfecționeze strategiile utilizate în procesul de învățare.

c) Metodologia cercetării aplicative

Elevii au primit un chestionar pentru determinarea stilurilor de învățare şi au fost întrebați care este strategia cea mai des folosită de aceştia pentru ca procesul de învățare să fie cât mai eficient şi de lungă durată.

c.1. Chestionarul este format din 25 de întrebări la care se poate răspunde cu Da sau Nu.

c.2. În urma completării chestionarului, elevilor li s-a adresat următoarea întrebare: La ce strategii apelați pentru a învăța repede şi eficient pentru teste?

d) Centralizarea şi prelucrarea statistică a datelor obținute.

d.1. Chestionar pentru aflarea stilurilor de învățare

Răspunde prin DA sau NU, alege un singur răspuns la fiecare întrebare.

Nr.crt.	Întrebări	DA	NU
1.	Când descrieți o vacanță sau o petrecere, insistați asupra detaliilor ce privesc sunetele pe care le-ați auzit?		
2.	Când vorbiți folosiți gestica mâinilor?		
3.	Vă place mai mult să ascultați ştirile decât să le citiți?		
4.	Considerați imaginile vizuale utile în timpul utilizării calculatorului?		
5.	Puteți vizualiza, în timpul jocului X şi 0, poziția acestor semne?		
6.	Vă place să desfaceți sau să reparați diferite obiecte?		
7.	Preferați să desenați diagrame decât să luați notițe?		
8.	Când vă imaginați ortografia unui cuvânt, îl scrieți pe foaie până ajungeți să descoperiți o ortografie ce vi se pare corectă?		
9.	Vă place să citiții cu voce tare instrucțiunile unui obiect nou?		
10.	Obişnuiți să asamblați componentele unor lucruri?		
11.	Considerați mai eficientă avertizarea prin semnale sonore, în timpul lucrului la calculator, a unor erori sau a finalizării unei acțiuni?		
12.	Folosiți imagini sau diagrame când învățați?		
13.	Vă amintiți când vi se spune ceva, fără a fi nevoiți să repetați?		
14.	Vă plac activitățile practice în aer liber?		
15.	Ascultați muzică în timpul liber?		
16.	Vă place să studiați obiectele din vitrine mai mult când sunteți singur?		
17.	Vă amintiți numele oamenilor mai uşor decât fețele lor?		

18.	Pentru a ortografia un cuvânt găsiți necesară scrierea acestuia, înainte, pe hârtie?		
19.	Când încercați să vă amintiți un lucru, se întâmplă să vă apară în minte imaginea acelui „ceva”?		
20.	Simțiți nevoia de a avea libertate de mişcare când lucrați?		
21.	Preferați să învățați ortografierea unui cuvânt prin pronunțare repetată?		
22.	În cazul în care povestiți imaginea de ansamblu a unei petreceri, puneți accentul pe descrierea hainelor şi a culorilor din încăpere?		
23.	Sunteți genul de elev care preferă rezolvarea unei sarcini imediat după primirea acesteia?		
24.	Găsiți necesară, pentru o învățare eficientă, asistarea la demonstrații practice a unor noțiuni?		
25.	Vă amintiți mai uşor fețele decât numele oamenilor?		
26.	La ce strategii apelați pentru a învăța repede şi eficient pentru teste?		

Întrebările 4, 6, 8, 12, 13,17, 22, 24, 25 se referă la stilul vizual de învățare.

Întrebările 1, 3, 9, 11, 14, 16, 18, 21 se referă la stilul auditiv de învățare.

Întrebările 2,5, 7, 10, 15, 19, 20, 23 se referă la stilul de învățare chinestezic.

Pentru identificarea stilului de învățare al elevilor s-au luat în considerare răspunsurile afirmative predominante la un anumit tip de învățare.

Răspunsurile oferite de elevi au condus la următoarele rezultate: Din cei 50 elevi care se află în clasa a VIII-a: – 8 folosesc stilul chinestezic; – 9 folosesc stilul vizual; – 10 folosesc stilul auditiv; – 10 folosesc stilul auditiv şi chinestezic; – 13 folosesc toate cele trei stiluri: vizual, auditiv și chinestezic. Răspunsurile elevilor la întrebarea 26 au fost diverse, însă cele mai frecvente strategii de învățare s-au dovedit a fi următoarele: – citirea repetată a lecției şi sublinierea ideilor principale;

– subliniere, îngroşare, realizarea unei scheme; – scrierea pe o foaie separată a ideilor principale si repetarea lor; – învățare cu voce tare.

Prezentăm în continuare testele de evaluare aplicate în cercetarea experimentală de tip constatativ ameliorativă.

Test de evaluarea inițială pentru clasa a VII-a. Obiectivele operaționale au urmărit:

O1 – Să aplice teorema referitoare la unghiurile şi laturile unui triunghi.

O2 – Să aplice consecințele teoremei referitoare la unghiurile şi laturile unui triunghi.

O3 – Să extindă cunoştințele asupra oblicelor şi perpendicularelor dintr-un punct la o dreaptă.

O4 – Să rezolve probleme şi exerciții simple.

O5 – Să demonstreze teorema referitoare la oblice şi perpendiculare.

O6 – Să redea şi să aplice definiția unghiului exterior.

Itemii evaluării

I1 – Notăm lungimile laturilor unui triunghi cu a, b, c. Stabiliți ce relații există între numerele a, b, c pentru ca triunghiul să fie oarecare, isoscel, echilateral.

I2 – În Δ ABC ştiu că: AB = 5, BC = 7, CA = 9. Să se scrie, în ordinea crescătoare a măsurilor lor, unghiurile Δ ABC.

I3 – În Δ ABC ştiu că: m($\measuredangle A\measuredangle A$) = 300, m(($\measuredangle B\measuredangle B$) = 800. Să se scrie, în ordinea crescătoare a lungimilor lor, laturile Δ ABC.

I4 – Enumerați şi demonstrați teorema asupra oblicelor şi perpendicularei dintr-un punct la o dreaptă.

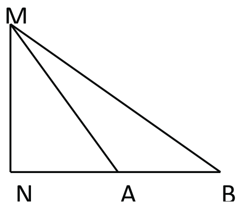
I5 – Rezolvați următoarea problemă: Dacă ABG şi A'B'G' sunt două triunghiuri în care [AB] ≡ [A'B'], [AG] ≡ [A'G'] şi m($\measuredangle A\measuredangle A$) > m($\measuredangle A'$ $\measuredangle A'$), atunci BG > B'G'.

I6 – Definiți unghiul exterior unui triunghi. Ce ştiți despre măsura sa?

Rezolvare:

1. a <b< c; a =b = c; 2. m($\measuredangle B\measuredangle B$) >m($\measuredangle A\measuredangle A$) >m($\measuredangle C\measuredangle C$);

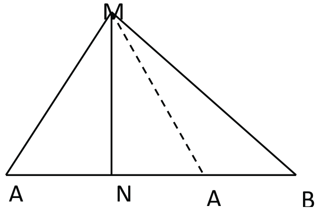
3. m($\measuredangle C\measuredangle C$)=1800 – [m($\measuredangle A\measuredangle A$)+ m($\measuredangle B$ $\measuredangle B$)]=1800 –1100 = 70° Þ AC >AB > BC; 4. Dintre două drepte oblice duse dintr-un punct spre aceeaşi dreaptă, cea mai depărtată de piciorul perpendicularei din acelaşi punct pe aceeaşi dreaptă este cea mai lungă.



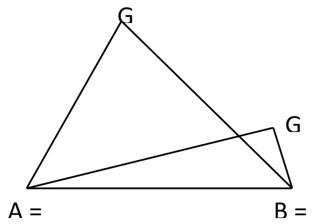
Demonstrație:

Cazul I. A între B şi N

În acest caz, unghiul MAB este unghi exterior Δ MNA și, deci, m($\measuredangle\measuredangle$MAB)=900 + m($\measuredangle\measuredangle$NMA) >900>m($\measuredangle\measuredangle$MBA). În Δ



MAB, inegalitatea m(∡∡MAB) > m(∡∡MBA) implică [MB]>[MA]

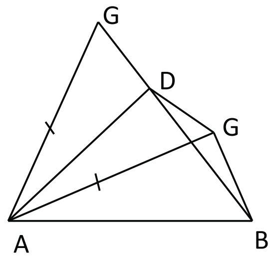


Cazul II. N între A și B.

Vom face o construcție ajutătoare, şi anume luăm pe semidreapta [NB un punct A’, astfel încât [NA’] ≡[NA]. Cum [NB]>[NA], rezultă că [NB] > [NA’], si deci A’ este intre B si N. Conform cazului I, [MB] > [MA’]. Dar, din congruența triunghiurilor dreptunghice MNA și MNA’ deducem ca [MA]≡[MA’]⇒⇒ [MB] > [MA]

5. Putem presupune ca A=A’ şi B=B’.

Se observă că figura conține şi ipoteza m(∡∡A) > m(∡A′∡A′). Considerăm bisectoarea unghiului GAG’. Ea intersectează dreapta BG într-un punct D situat in interiorul segmentului [BG], ca în figura următoare.



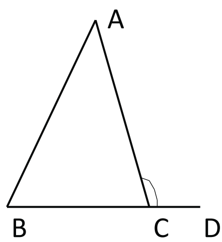
Δ AGD ≡ Δ AG’D (L.U.L.)⇒ [GD]≡ [G’D].

Deci BG=BD+DG=BD+DG’>BG’.

Cum B=B’, rezultă că BG>B’G’(q.e.d.)

6. Definiție: Unghiul care este adiacent şi suplementar unui unghi al unui triunghi se numeşte unghi exterior al acelui triunghi.

Unghiul ACD este exterior Δ ABC fiind adiacent şi suplementar cu unghiul ACB al triunghiului. Măsura unui unghi exterior al unui triunghi este egal cu suma măsurilor celor două unghiuri ale triunghiului neadiacente cu el.



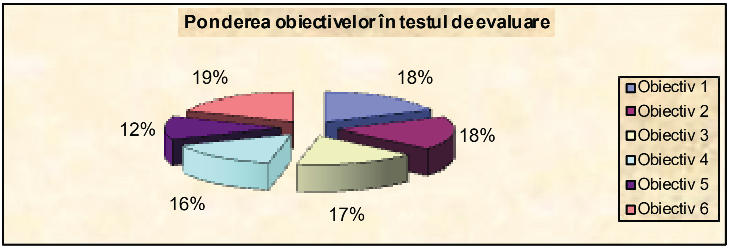
Punctajul şi convertirea acestuia în notă;

O_1-(I_1)–4sit 0,20p=0,80p; O_2-(I_2)–2sit 0,10p=0,20p; O_3-(I_3)–1sit 1,00p=1,00p;

O_4-(I_4)–4sit 1,00p=1,00p; O5-(I5)–1sit 3,00p=3,00p; O6-(I6)–2sit 0,50p=1,00p.

Total 10p (nota 10). Timp de lucru: 20 minute.

Reprezentare areolară a realizării pe obiective a testului inițial de evaluare este redată în:



Graficul nr. 1: Reprezentare areolară a realizării pe obiective

Realizând reprezentarea areolară a obiectivelor obținute la acest test putem face o analiză a aprecierii nivelului realizării obiectivelor propuse. După înregistrarea datelor s-a constat că 82% dintre elevi cunosc relațiile între laturile şi unghiurile unui triunghi, iar 24% nu ştiu teorema referitoare la oblicele şi perpendicularele duse din acelaşi punct pe o dreaptă. 72% dintre elevi reuşesc să rezolve aplicații simple referitoare la inegalități, iar 7 elevi (33,4%), nu reuşesc să demonstreze o teoremă, aici înregistrându-se procentajul cel mai mic de realizare (56,6%) şi doar 4 elevi nu-şi amintesc şi proprietățile unghiului exterior(I6-O6).

În consecință, la prima oră afectată temei *Inegalități geometrice* se reactualizează cunoştințele acumulate în gimnaziu şi se rezolvă exerciții care să asigure înțelegerea de către fiecare elev a sarcinilor cerute de itemi şi posibilitatea rezolvării acestora.

După predarea cunoştințelor aplicându-se strategii eficiente de dezvoltare a capacităților de aplicare a inegalităților prin rezolvarea de probleme activizând elevii prin metode euristice şi antrenându-i intens în activitatea de autoinstruire prin utilizarea manualului şi a culegerilor, am aplicat măsuri ameliorative prin lucrul diferențiat şi suplimentar cu elevii care întâmpină greutăți şi doar după o muncă susținută au putut fi obținute progrese. Toți elevii au fost solicitați în rezolvarea de probleme încercând să evităm superficialitatea sau automulțumirea, punând accent pe înțelegere, rigoare, concizie, mobilizând procesele psihice (atenția, voința şi gândirea logică).

Test de evaluare finală clasa a VII-a. Obiectivele operaționale au urmărit:

O_1- Să recunoască relația dintre laturile şi unghiurile unui triunghi;

O_2 – Să reproducă teorema unghiului exterior unui triunghi;

O_3 – Să scrie relațiile dintre lungimile laturilor unui triunghi;

O_4 – Să cunoască şi să aplice teorema bisectoarei, cazurile de congruență ale unui triunghi, formulele pentru aria, semiperimetrul şi raza cercului înscris în triunghi;

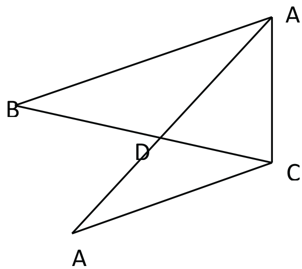
O_5 – Să demonstreze o teoremă dată;

O_6 – Să formuleze o problemă după o relație dată.

Itemii evaluării sunt:

I_1 – Demonstrați următoarea teoremă: „Suma lungimilor a două laturi ale unui triunghi este mai mare decât lungimea celei de a treia laturi".

I2 – Fie triunghiul ABC şi D mijlocul laturii (BC). Să se arate că: $AD < \frac{AB+AC}{2} AD < \frac{AB+AC}{2}$.

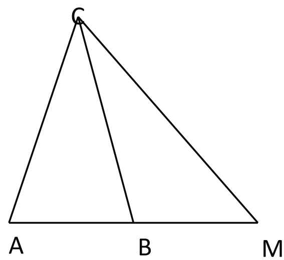


I_3 – Formulați o problemă bazată pe relația din problema anterioară.

I_4 – Să se arate că în orice triunghi, lungimea bisectoarei dintr-un vârf este mai mică sau egală decât lungimea medianei din acelaşi vârf.

I_5 – Să se demonstreze că raza r a cercului înscris într-un triunghi dreptunghic este mai mică decât sfertul ipotenuzei.

I_6 – Enunțați teorema unghiului exterior unui triunghi.

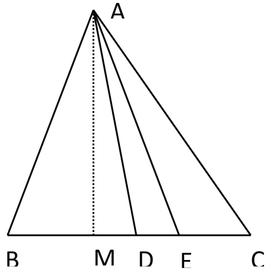


Rezolvare:

Fie ABC un triunghi şi M ∈ AB astfel încât B ∈ (AM) şi (BC) ≡ (BM). Prin construcție, Δ CBM este isoscel, deci ∢ AMC ≡ ∢ BCM. Cum B ∈ Int(∢ ACM), m(∢ ACM) > m(∢ BCM) = m(∢ AMC) ⇒ AM > AC, dar AM = AB + BM = AB + BC ⇒ AB + BC > AC (q.e.d)

Fie A' ∈ AD, a. î. (AD) ≡ (DA'). Δ ABD ≡ Δ A'DC (L.U.L.): (BD) ≡ (DC) (ipoteză); (AD) ≡(A'D) (construcție); ∢ ADB ≡ ∢ A'DC (opuse la vârf) ⇒ (AB) ≡ (A'C).

În Δ AA'C, $|AA'| < |AC| + |A'C||AA'| < |AC| + |A'C|$. Dar $|AA'| = 2|AD|\ |AA'| = 2|AD|$. Rezultă 2|AD| < |AC| + |AB| sau $AD < \frac{AB+AC}{2} AD < \frac{AB+AC}{2}$.



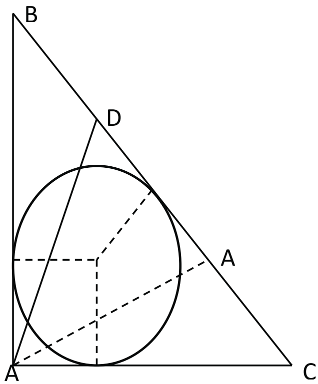
Să se demonstreze că lungimea oricărei mediane dintr-un triunghi este mai mică decât media aritmetică a lungimilor laturilor care pleacă din același vârf cu ea.

$\Delta\Delta$BAD ≡ $\Delta\Delta$ DAC, (BE) ≡ (EC). Fie AM $\perp\perp$ BC

Dacă triunghiul este isoscel cu (AB) ≡ (AC) înălțimea şi mediana coincid, deci au aceeaşi lungime.

Fie AB ≠ AC, de exemplu AB < AC $\Rightarrow$ m($\measuredangle\measuredangle$MAB) (sunt complementele unghiurilor C şi B) $\Rightarrow$ bisectoarea (AD a unghiului BAC este inclusă în Int($\Delta\Delta$MAC) $\Rightarrow$ D$\in\in$ (MC).

Folosind teorema bisectoarei în Δ ABC, $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \le 1 = \frac{EB}{EC}$ $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \le 1 = \frac{EB}{EC}$. Deci D este mai aproape de B decât E; rezultă D ∈ (ME). Atunci, oblica [AD] este mai scurtă decât [AE].



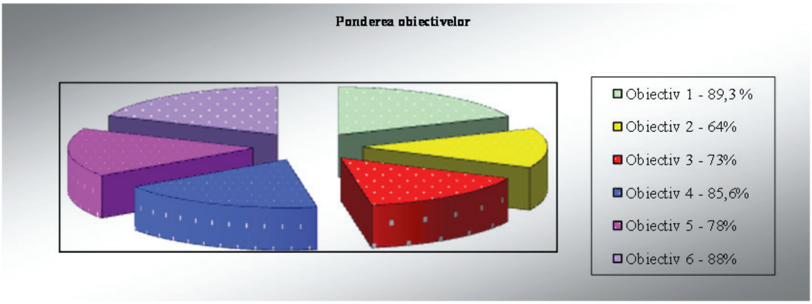
Fie triunghiul ABC în care AD ⊥ BC, D ∈ (BC), A' ∈ (BC), (A'B) ≡ (A'C). Notăm cu a, b, c lungimile laturilor triunghiului ABC, $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$ $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$ $\Rightarrow\Rightarrow$ $\frac{a+b+c}{2} > a \Rightarrow p > a$ $\frac{a+b+c}{2} > a \Rightarrow p > a$ şi $AD = \frac{2\cdot S}{a}, r = \frac{S}{p}, \frac{1}{p} < \frac{1}{a} AD = \frac{2\cdot S}{a}, r = \frac{S}{p}, \frac{1}{p} < \frac{1}{a}$ $\Rightarrow\Rightarrow$ $\frac{2S}{p} < \frac{2S}{a}$ $\frac{2S}{p} < \frac{2S}{a}$ $\Rightarrow\Rightarrow$ $2r < AD 2r < AD$, (S fiind aria triunghiului). Dar $AD < AA' AD < AA'$ şi cum $AA' = \frac{BC}{2} AA' = \frac{BC}{2}$, obținem $2r < AD \le AA' = \frac{BC}{2} 2r < AD \le AA' = \frac{BC}{2}$ $\Rightarrow\Rightarrow$ $r < \frac{BC}{4} r < \frac{BC}{4}$.

Un unghi exterior al unui triunghi este mai mare decât oricare din unghiurile triunghiului, neadiacente cu acel unghi.

Punctajul şi convertirea acestuia în notă

$O_1 – (I_1) – 3$ sit × 0,50 = 1,50 p; $O_2 – (I_2)$ – 1sit × 0.75 = 0,75 p; O_3- (I_3) – 3 sit × 0,75 = 2,25 p; $O_4 – (I_4)$ – 5 sit × 0,50 = 2,50 p; O_5- (I_5) – 1 sit × 2,00 = 2,00 p; $O_6 – (I_6)$ – 1 sit × 1,00 = 1,00 p. Total 10 p (nota 10). Timp de lucru: 45 minute

Reprezentare areolară a realizării pe obiective a testului final de evaluare este redată în:



Graficul nr. 2: Reprezentare areolară a realizării pe obiective

După înregistrarea datelor din tabelul nr.3 am constat că rezultatele la această probă conduc la următoarele repartiții:

• 10,7 % nu au ținut cont în rezolvarea problemelor de relațiile dintre laturile şi unghiurile unui triunghi nerealizând obiectivul O_1;

• 36 % din elevi nu au memorat corect teorema unghiului exterior;

• 14,4 % nu cunosc formulele cerute;

• 12 % nu au reuşit să formuleze problema după relația dată;

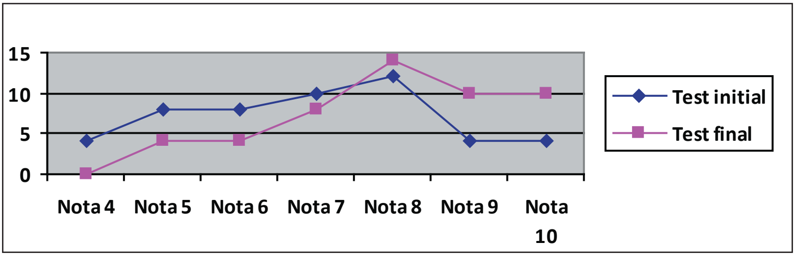
• 22 % nu stăpânesc metodele de demonstrare a unei teoreme.

Transformând notele în calificative obținem următoarele rezultate ce sunt în măsură să indice nivelul la care s-a ajuns cu elevii în rezolvarea problemelor după parcurgerea acestui capitol. Prelucrând datele obținem procentele şi de aici calificativele pentru elevii de nivel cel puțin mediu şi pentru elevii de nivel cognitiv sub mediu.

Tabel nr. 3 Procentele şi calificativele la testul final

Nota obținută	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	0		4	4	8	14	10	10

Calificativ	Nesatisfăcător	Satisfăcător	Bine	Foarte bine
Procente	-	16%	44%	40%



Graficul nr. 3: Reprezentarea grafică comparativă a rezultatelor la cele două teste

Analizând datele celor două tabele (test inițial şi test final) se constată că a crescut numărul elevilor cu rezultate foarte bune de la 4 la 10 şi a scăzut cu 16% procentajul celor cu rezultate satisfăcătoare.

Concluzii

În concluzie, procesul de învățare, general şi şcolar, reprezintă fundamentul în formarea elevilor ca parte a unui mediu social şi cultural. Tipurile, stilurile şi strategiile de învățare variază în funcție de capacitatea de învățare a elevilor.

Rezultatul acestei cercetări relevă faptul că stilurile de învățare variază la fiecare elev în parte. Mai mult decât atât, un elev nu foloseşte un singur stil ci le combină pe toate trei în proporții diferite, potrivit sieşi. După ce elevii îşi personalizează stilul de învățare, pot cu uşurință să descopere strategii potrivite fiecăruia, de la cele mai simple (sublinierea unor idei) până la cele mai complexe (capacitatea de sinteză).

Prezentarea comparativă a rezultatelor obținute la testul inițial şi la cel final evidențiază posibilitățile de progres ale elevilor. Creşterea mediei de la 6,92 (la testul inițial) la 8,04 (la testul final) demonstrează o creştere a nivelului general de activitate al elevilor precum şi eficiența strategiilor întreprinse de studenți.

Se poate concluziona că rezultatele, la cele două teste, diferă datorită particularităților individuale ale elevilor pentru că nu se poate pune problema înlăturării totale a diferențierii elevilor după aptitudini, capacitate de muncă, inteligență. Se constată că instruirea curriculară cognitivă folosind strategii de tip euristic contribuie la creşterea motivației învățării, a rezolvării problemelor de matematică, la crearea unei atitudini pozitive a elevilor față de învățarea matematicii.

Bibliografie

[1] Brânzei D., Metodica predării matematicii, Editura Paralela 45, Piteşti, 2000.
[2] Cârjan F., Strategii euristice în didactica matematicii, Editura Paralela 45, Piteşti, 2000.
[3] Flavell, J., Metacognitive aspects of problem- solving, 1976.
[4] Jinga I., Istrate E. Manual de Pedagogie, Editura ALL, București, 2008.
[5] Lupu, C., The Model Object-product-cognitive Operation Through Mathematical Education, Procedia – Social and Behavioral Sciences, Volume 163, 19 December 2014, Pages 132–141
[6] Lupu, C., The Axiomatic of Didactics Discipline of Education as Applied to Mathematics, Procedia – Social and Behavioral Sciences, Volume 116, 21 February 2014, Pages 4775–4779
[7] Lupu, C., Elemente de geometrie și didactica predării, Editura Alma Mater, Bacău, 2013.
[8] Lupu, C., Metodica predării geometriei – Editura Paralela 45, Piteşti, 2003.
[9] Oprea C. L., Strategii didactice interactive, Editura Didactică şi Pedagogică, 2006, Bucureşti.
[10] Neacşu, I., Metode şi tehnici de învățare eficientă, Editura Militară, 1990, Bucureşti.